Theoretische Physik II - Elektrodynamik WS 05/06

(PD Dr. Achim Feldmeier) [1]

Übungsblatt 11 (31 Punkte) – Ausgabe: 09.01.2006, Abgabe: 16.01.2006 [2]

▷ Aufgabe 1 (Lienard-Wiechert-Potentiale einer Punktladung) (9 Punkte)

Die Ladungs- und Stromdichte eines Elektrons sind

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r},t) &= -e\delta(\vec{r}-\vec{r}_0(t)),\\ \vec{j}(\vec{r},t) &= -e\vec{v}_0(t)\delta(\vec{r}-\vec{r}_0(t)).\end{aligned}$$

Hierbei sind $\vec{r}_0(t)$ und $\vec{v}_0(t)$ Teilchentrajektorie und -geschwindigkeit. Leiten Sie mit den Formeln für die retardierten Potentiale aus der Vorlesung her, daß

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r},t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-e}{|\vec{r}-\vec{r}_0(\tau)|-(\vec{r}-\vec{r}_0(\tau))\cdot\vec{v}_0(\tau)/c},\\ \vec{A}(\vec{r},t) &= \Phi(\vec{r},t)\vec{v}_0(\tau)/c^2,\end{aligned}$$

wobei die retardierte Zeit τ durch die implizite Gleichung

$$\tau = t - |\vec{r}-\vec{r}_0(\tau)|/c$$

bestimmt ist.

Hinweis. Schreiben Sie Φ und $\vec{A}$ zunächst mittels einer weiteren δ-Funktion als Raum-Zeit-Integrale, statt wie in der Vorlesung als Raum-Integrale bei retardierter Zeit $t' = t-|\vec{r}-\vec{r}\,'|/c$. Damit sind (formal) wieder beliebige Zeiten t' zugelassen. Das Raumintegral ist dann für eine Punktladung trivial lösbar. Lösen Sie das verbleibende Zeitintegral mittels Variablensubstitution. Bestimmen Sie hierbei die Ableitung des Betrags eines Vektors als Ableitung der Wurzel aus dem Skalarprodukt des Vektors mit sich.

▷ Aufgabe 2 (Punktladung auf gerader Bahn) (4 Punkte)

Ein Elektron $-e$ bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v entlang der z-Achse. Bei $t=0$ sei es bei $x=y=z=0$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Lienard-Wiechert-Potentiale die retardierten Potentiale Φ und $\vec{A}$.

▷ Aufgabe 3 (Einschalten eines Stroms) (9 Punkte)

In einem unendlich langen, geraden Draht wird bei $t=0$ plötzlich ein konstanter Strom j eingeschaltet. Berechnen Sie die retardierten Potentiale $\Phi, \vec{A}$ außerhalb des Drahtes, und damit die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$.

Hinweis: Es könnte helfen mit der Variablensubstitution $\theta = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}{c}$ zu arbeiten.

---

[1] `http://www.quantum.physik.uni-potsdam.de/teaching/ws2005/ed05/`

[2] Abgabe bis 11 Uhr in die jeweiligen Fächer der Übungsleiter im Erdgeschoss von Haus 19

▷ **Aufgabe 4 (Elektron im Feld eines magnetischen Monopols)** (9 Punkte)

Es sei M die Stärke eines hypothetischen magnetischen Monopols im Koordinatenursprung. Es gilt

$$\vec{H} = M\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Auf ein Elektron wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F} = -e\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right).$$

(a) Zeigen Sie, dass das Elektron sich auf einem Kreiskegel mit dem magnetischen Monopol in der Kegelspitze bewegt.

(b) Diskutieren und skizzieren Sie qualitativ die Bahn des Elektrons. Zusatzfrage: Welche Bahn ergibt sich, wenn man den Kegel in der Ebene abrollt?

Hinweis: Eine Integrationskonstante der Bewegungsgleichung ist die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des Elektrons. Für 4b zeigen Sie, dass $\vec{\omega} \cdot \vec{r}$ eine Invariante ist und deuten Sie dies! Vektorielle oder skalare Multiplikationen der Gleichungen mit $\vec{r}$ bewirken manches.