Theoretische Physik II - Elektrodynamik WS 05/06

(PD Dr. Achim Feldmeier) [1]

Übungsblatt 4 (33 Punkte) – Ausgabe: 07.11.2005, Abgabe: 14.11.2005 [2]

▷ **Aufgabe 1 (Quadrupol und Oktupol)** (9 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Potentiale φ in großen Abständen von den folgenden Ladungssystemen:

1. Linearer Quadrupol: die Ladungen q, $-2q$, q sind in den Abständen a auf der z-Achse angeordnet.
2. Ebener Quadrupol: die Ladungen $\pm q$ sind so auf den Ecken eines Quadrates der Seitenlänge a angeordnet, dass benachbarte Ladungen verschiedene Vorzeichen haben und sich im Koordinatenursprung die Ladung $+q$ befindet. Die Seiten des Quadrates sollen der $x-$ bzw. y-Achse parallel sein.
3. Linearer Oktupol (siehe Abbildung 1).
4. Räumlicher Oktupol (siehe Abbildung 1).

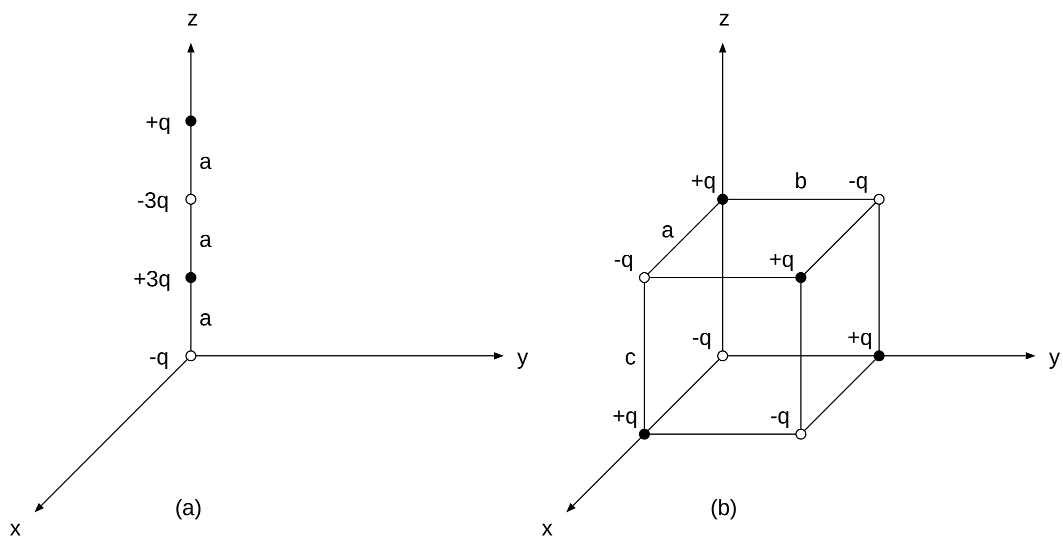

Abbildung 1: (a) linearer Oktupol (b) räumlicher Oktupol

(b) Bestimmen Sie die Gleichung der Feldlinien eines linearen Quadrupols und zeichnen Sie ihren genäherten Verlauf.

---

[1] `http://www.quantum.physik.uni-potsdam.de/teaching/ws2005/ed05/`

[2] Abgabe bis 11 Uhr in die jeweiligen Fächer der Übungsleiter im Erdgeschoss von Haus 19

▷ Aufgabe 2 (Feldenergie von Punktladungsverteilungen) (7 Punkte)

Berechnen Sie die elektrische Feldenergie der folgenden Punktladungsverteilungen:

1. Dipol: Zwei Ladungen q und $-q$ an den Punkten $\frac{\vec{d}}{2}$ und $-\frac{\vec{d}}{2}$.
2. Quadrupol: Vier Ladungen $q_1 = q$, $q_2 = q$, $q_3 = -q$, $q_4 = -q$, an den Stellen $\vec{r}_1 = (1,1,0)$, $\vec{r}_2 = (-1,-1,0)$, $\vec{r}_3 = (1,-1,0)$ und $\vec{r}_4 = (-1,1,0)$

indem Sie:

a. die Feldenergie aus der elektrischen Feldstärke des Gesamtfeldes berechnen und einen Selbenergieterm abspalten;

b. die Energien der Punktladungen in den Feldern der jeweils anderen Ladungen berechnen und diese addieren.

Hinweis:

$$\frac{d}{dx}(x^2 - 2xyz + y^2)^{-1/2} = -(x - yz)(x^2 - 2xyz + y^2)^{-3/2}$$

▷ Aufgabe 3 (Dipol und δ-Funktion) (8 Punkte)

Zeigen Sie auf drei verschiedenen Wegen, dass die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}) = -(\vec{p} \cdot \nabla)\,\delta(\vec{r})$ einen elektrischen Dipol mit dem Moment $\vec{p}$ beschreibt, der sich im Koordinatenursprung befindet.

(a) Berechnen Sie das elektrische Potential unmittelbar aus der gegebenen Ladungsverteilung.

(b) Verwenden Sie die Poisson-Gleichung und das Potential des elektrischen Dipols.

(c) Gehen Sie von der Multipolentwicklung in kartesischen Koordinaten aus. Dabei ist insbesondere zu zeigen, dass alle vom Dipol-Moment verschiedenen Momente verschwinden.

▷ Aufgabe 4 (Kondensatoren) (9 Punkte)

Berechnen Sie die Kapazität $C = Q/U$ des ebenen, des Zylinder- und des Kugelkondensators (Plattenabstand d, innerer Radius a, äußerer Radius $b = a + d$, Zylinderhöhe L, Ladungen Q [an der linken bzw. inneren Platte] und $-Q$, Spannung zwischen den Platten U) unter Benutzung der Beziehung zwischen Oberflächenladungsdichte σ und Normalenkomponente des elektrischen Feldes. Ebener und Zylinder-Kondensator seien so ausgedehnt, dass Randeffekte vernachlässigbar sind. Berechnen Sie das elektrische Feld aus dem Potential und für den Zylinder- und Kugelkondensator auch mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes der Elektrostatik. Interpretieren Sie die für Zylinder- und Kugelkondensator gefundene Kapazität im Grenzfall kleiner Plattenabstände.