Theoretische Physik II - Elektrodynamik WS 05/06

(PD Dr. Achim Feldmeier) [1]

Übungsblatt 6 (32 Punkte) – Ausgabe: 21.11.2005, Abgabe: 28.11.2005 [2]

▷ Aufgabe 1 (Green'scher Reziprozitätssatz) (8 Punkte)

Der Green'schen Reziprozitätssatz besagt: Ist Φ das Potential, das von einer Raumladungsdichte ρ innerhalb eines Volumens V und von einer Flächenladungsdichte σ auf der das Volumen begrenzenden Fläche S herrührt, und bedeutet Φ' ein anderes, aus den Ladungsverteilungen ρ' und σ' resultierendes Potential, dann gilt:

$$\int_V d^3x\, \rho\, \Phi' + \oint_S da\, \sigma\, \Phi' = \int_V d^3x\, \rho'\, \Phi + \oint_S da\, \sigma'\, \Phi$$

(a) Beweisen Sie den Green'schen Reziprozitätssatz.

(b) Nehmen Sie zwei räumlich getrennte Leiter A und B an. Betrachten Sie nun die zwei folgenden Situationen:

1. Der Leiter A trage die Ladung Q und erzeuge damit das Potential ϕ_B innerhalb von Leiter B.
2. Der Leiter B trage die Ladung Q und erzeuge damit das Potential ϕ_A innerhalb von Leiter A.

Zeigen Sie, dass unabhängig von Lage und Form der beiden Leiter $\phi_A = \phi_B$ gilt.

▷ Aufgabe 2 (Randwertproblem) (8 Punkte)

Ein kubischer Kasten $0 \leq x, y, z \leq \pi$ hat fünf geerdete metallische Seiten. Die sechste Seite $z = \pi$ ist auch aus Metall und hat das Potential Φ_0. Bestimmen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ im Kasten!

Hinweis: Die Poissongleichung kann durch einen Separationsansatz $\Phi(\vec{r}) = X(x)Y(y)Z(z)$ gelöst werden. Zur Festlegung der Konstanten der allgemeinen Lösung ist diese als doppelte Fourierreihe zu interpretieren!

▷ Aufgabe 3 (Kugelflächenfunktionen) (8 Punkte)

Die Oberflächenladungsdichte einer Kugel mit Radius R sei $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos\theta$. Inner- und außerhalb der Kugel sei Vakuum ohne weitere Ladungen. Berechnen Sie das elektrostatische Potential und das elektrische Feld inner- und außerhalb der Kugel.

---

[1] `http://www.quantum.physik.uni-potsdam.de/teaching/ws2005/ed05/`

[2] Abgabe bis 11 Uhr in die jeweiligen Fächer der Übungsleiter im Erdgeschoss von Haus 19

▷ **Aufgabe 4 (Geladener Draht vor einem Dielektrikum)** (8 Punkte)

Ein unendlich langer, gerader und elektrisch geladener Draht befindet sich im Abstand a parallel zu einer ebenen Grenzfläche zweier verschiedener dielektrischer Medien. Der Draht trägt die elektrische Ladung Q pro Länge des Drahtes. Bestimmen Sie das vom Draht erzeugte elektrische Potential. Geben Sie die pro Drahtlänge wirkende Kraft auf den Draht an. Betrachten Sie auch den Fall, bei dem das zweite Medium durch einen elektrischen Leiter ($\epsilon_2 \to \infty$) ersetzt wird. Kommentieren Sie das Ergebnis. Skizzieren Sie den Feldlinienverlauf in der Nähe der Grenzfläche.