# Theoretische Physik II - Elektrodynamik WS 05/06

(PD Dr. Achim Feldmeier) [1]

Übungsblatt 7 (28 Punkte) – Ausgabe: 28.11.2005, Abgabe: 05.12.2005 [2]

---

### ▷ Aufgabe 1 (Dielektrische Kugel) (8 Punkte)

(a) Berechnen Sie das Potential einer *dielektrischen Kugel* im homogenen elektrischen Feld mittels Entwicklung nach Legendre-Polynomen. (2 Punkte)

(b) Finden Sie das Potential einer Punktladung $q$ im Vakuum in der Entfernung $d$ vom Mittelpunkt einer dielektrischen Kugel mit Radius $a$ ($a < d$) und Dielektrizitätskonstante $\epsilon$ in allen Raumpunkten durch Entwicklung nach Legendre-Polynomen. Verwenden Sie folgende Ansätze für die Potentiale:

Innenraum der Kugel ($0 < r < a$):

$$\phi_i(r,\theta) := \sum_{l=0}^{\infty} A_l\, r^l\, P_l(\cos\theta)$$

Kugelschale zwischen Kugel und Punktladung im Abstand $r$ mit ($a < r < d$):

$$\phi_{ad}(r,\theta) := \frac{q}{4\pi\epsilon_0\, d}\sum_{l=0}^{\infty}\left(\frac{r}{d}\right)^l P_l(\cos\theta) + \sum_{l=0}^{\infty} B_l\, r^{-(l+1)} P_l(\cos\theta)$$

Raum jenseits der Punktladung für $r > d$:

$$\phi_a(r,\theta) := \frac{q}{4\pi\epsilon_0\, r}\sum_{l=0}^{\infty}\left(\frac{d}{r}\right)^l P_l(\cos\theta) + \sum_{l=0}^{\infty} B_l\, r^{-(l+1)} P_l(\cos\theta)$$

(3 Punkte)

(c) Berechnen Sie die kartesischen Feldkomponenten $E_x, E_y, E_z$ zu Teilaufgabe (b) nahe des Kugelmittelpunkts. (3 Punkte)

### ▷ Aufgabe 2 (Atmosphäre ohne wahre Ladungen) (5 Punkte)

Wie würde sich das elektrische Feld der Erde mit der Höhe ändern, wenn in der Atmosphäre keine wahren Ladungen (Ionen und Elektronen) vorhanden wären, wenn man also nur die Abnahme der Dielektrizitätskonstante der Luft mit der Höhe zu berücksichtigen hätte? Die Erdoberfläche wird als eben angenommen, und der Ansatz für die Dielektrizitätskonstante lautet

$$\epsilon(z) = \epsilon(0) - bz.$$

Welches Vorzeichen haben dann die Polarisationsladugnen wegen der negativen Ladung der Erde?

---

[1] `http://www.quantum.physik.uni-potsdam.de/teaching/ws2005/ed05/`

[2] Abgabe bis 11 Uhr in die jeweiligen Fächer der Übungsleiter im Erdgeschoss von Haus 19

▷ **Aufgabe 3 (Magn. Induktion einer geschlossenen Stromschleife)** (5 Punkte)

Das Gesetz von Biot-Savart lautet

$$\mathrm{d}\vec{B}\,(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\mathrm{d}\vec{l}\,' \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}.$$

Zeigen Sie damit, dass für die magnetische Induktion einer geschlossenen Stromschleife

$$\vec{B}\,(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\nabla\Omega$$

gilt. Dabei ist $\Omega$ der Raumwinkel unter dem die Schleife von $\vec{r}$ aus gesehen wird.

*Hinweis:* Stokes'scher Integralsatz

$$\oint_l \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{v} = -\int \left(\mathrm{d}\vec{A} \times \nabla\right) \times \vec{v}$$

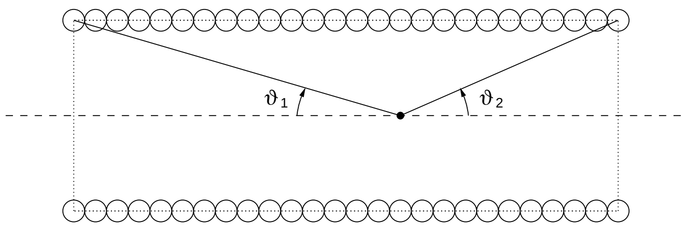
▷ **Aufgabe 4 (Magnetfeld der Spule)** (5 Punkte)

Errechnen Sie den Ausdruck

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{2}\,(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)$$

für die Magnetfeldstärke auf der Achse einer eng gewickelten zylindrischen Spule vom Radius $a$ und der Länge $L$ mit $N$ Wicklungen per Einheitslänge im Limit $NL \to \infty$ (s. Abb. für die Definition der Winkel).

*Hinweis:* die Feldstärke auf der Symmetrieachse eines kreisförmigen Stromringes ist $B_z = (\mu_0 I/2) a^2 (z^2 + a^2)^{-3/2}$.




▷ **Aufgabe 5 (Nahezu homogenes bzw. lineares Magnetfeld)** (5 Punkte)

Man kann ein relativ homogenes Magnetfeld erzeugen, indem man zwei vom gleichen Strom $I$ durchflossene, gleich große Stromringe vom Radius $a$ koaxial in geeignetem Abstand $h$ übereinander anordnet. Wie groß muß $h$ gewählt werden, damit das Achsenfeld $B(z)$ als Funktion des Abstands $z$ von der Symmetrieebene der Anordnung bei $z = 0$ einen Flachpunkt hat ($d^2B/dz^2 = 0$)? Geben Sie die Feldstärke an dieser Stelle an.

Von welcher Ordnung ist der erste $z$-abhängige Term in der Reihenentwicklung von $B(z)$ in der Nähe von $z = 0$ (Begründung *oder* Rechnung)? (*Hinweis:* denken Sie an die Taylorentwicklung von geraden und ungeraden Funktionen.)