

**Theoretische Physik für das Lehramt III:  
Quantenmechanik und Statistische Physik (WS 05/06)**

Blatt 06a – Ausgabe 09.01.06, Abgabe 23.01.06, Besprechung N.V (20 + 2π Punkte)<sup>1</sup>

---

▷ **Aufgabe 1 (Total oder nicht total)** (2 Punkte)

Sie erinnern sich: Im Falle zweier unabhängiger Variablen  $x$  und  $y$  ist die Differentialform

$$\delta X = A(x, y)dx + B(x, y)dy \quad (1)$$

genau dann ein totales Differential einer Funktion  $X(x, y)$ , wenn die sog *Integrabilitätsbedingungen*  $\partial A/\partial y = \partial B/\partial x$  erfüllt sind. In diesem Fall auch

$$\oint \delta X = 0. \quad (2)$$

Andernfalls ist es unter Umständen (im Falle zweier unabhängiger Variablen immer) möglich, einen integrierenden Faktor  $f(x, y)$  zu finden, so dass  $dY := f(x, y)\delta X$  ein totales Differential, d.h. so dass  $\partial(fA)/\partial y = \partial(fB)/\partial x$ .

Gegeben die Formen

$$\delta X_{\pm} = ydx \pm xdy \quad (3)$$

Welche der Formen ist ein totales Differential, welche nicht? Falls eine der Formen nicht ein totales Differential: Lässt sich zumindest ein integrierender Faktor angeben?

▷ **Aufgabe 2 (Kinetische Definition der Temperatur)** (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie gelernt, dass die Energie eines ein-atomigen idealen Gases der Temperatur  $T$  gegeben ist

$$E = \frac{3}{2}Nk_{\text{B}}T \quad (4)$$

worin  $N$  die Zahl der Atome und  $k_{\text{B}}$  die Boltzmannkonstante.

Beweisen Sie diese Relation unter Zuhilfenahme der idealen Gasgleichung  $pV = Nk_{\text{B}}T$  und einer kinetischen Analyse des Drucks.

Hinweis: Der Druck ist das zeitliche Mittel der Kraft auf die Einheitsfläche der Wand; Kraft ist Impulsänderung pro Zeiteinheit. Jedes Teilchen, das mit Impulskomponente  $p_x$  auf die Wand trifft, überträgt einen Impuls  $2p_x$  auf die Wand ...

▷ **Aufgabe 3 ( $c_p$ ,  $c_V$  and all that ...)** (4 Punkte)

Beweisen Sie: Hängt die innere Energie  $E$  eines Moleküllgases nur von der Temperatur und Stoffmenge, nicht aber von Druck oder Volumen ab (wie es zum Beispiel beim idealen Gas der Fall ist), sind die spezifischen Wärmen verknüpft

$$c_p = c_V + R \quad (5)$$

---

<sup>1</sup>Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft ...

worin  $R = N_A k_B$  die universelle Gaskonstante. Insbesondere ist  $c_V$  beim idealen Gas Temperatur- (und Druck-)unabhängig konstant,

$$c_V = \frac{f}{2} R. \quad (6)$$

worin  $f$  die Zahl der Freiheitsgrade eines Gasmoleküls.

▷ **Aufgabe 4 (Poissonsche Gleichung (Adiabatengleichung))** (4 Punkte)

Beweisen Sie die Poissonsche Gleichung der adiatisch reversiblen Zustandsänderung eines idealen Molekül-gases

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (7)$$

worin  $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1 + \frac{2}{f}$  mit  $f$  Zahl der Freiheitsgrade eines Gasmoleküls.

▷ **Aufgabe 5 (Der zweite Hauptsatz)** (6 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie den Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kennengelernt. Beweisen Sie die folgenden Variationen des zweiten Hauptsatzes

**Rudolf Clausius 1850:** Wärme kann nie von selbst von einem kälteren in ein wärmeres Reservoir übergehen.

**William Thomson (Lord Kelvin) 1851:** Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nur ein Wärmereservoir abkühlt und Arbeit leistet (sog. *Perpetuum Mobile Zweiter Art*)

▷ **Aufgabe 6 (Heizen im Winter)** (2π Punkte)

Robert Emden, Astrophysiker und Meteorologe, schreibt in einer seiner Arbeiten unter dem Titel “Why do we have heating?”<sup>2</sup>

Auf die Frage, ‘Warum heizen wir im Winter?’ wird der Laie antworten: Um das Zimmer wärmer zu machen. Ein Kenner der Thermodynamik wird es vielleicht so ausdrücken: Um die fehlende Energie zuzuführen. Dann hat der Laie recht, der Gelehrte unrecht.

Welche Wärmemenge braucht es, um die Zimmertemperatur von 0° Celcius auf 20° Celcius zu erhöhen? Hat der Laie wirklich Recht, und der Gelehrte Unrecht?

Hinweis: Beachten Sie, dass handelsübliche Zimmer über (mindestens) eine Tür mit Schlüssel- loch verfügen.

<sup>2</sup>*Nature* **141**, 908 (1938); Arnold Sommerfeld hat diese Arbeit in seinem Lehrbuch “Thermodynamik und Statistik” in den Kanon der Jahrhundert-Übungsaufgaben aufgenommen. Die vorliegende Aufgabe ist maßgeblich von Sommerfelds Variante inspiriert.