Mathematische Methoden LA - WS 2011/2012 -

Übungsblatt 2 $(20 + \pi \text{ Punkte})^1$ Ausgabe 24.10.2011 – Abgabe 01.11.2011 – Besprechung n.V. Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▶ Aufgabe 1 (2 Punkte) Jemand behauptet, die Anzahl der Elemente in der Vereinigungsmenge $A \cup B$ sei gleich der Summe der Zahl der Elemente von A und B. Sie stimmen zu; stimmen nicht zu. ▶ Aufgabe 2 (3 Punkte) Sei $M = \mathbb{Z}$, dann ist $R \subset M \times M$ definiert $R = \{(x,y)|x-y \text{ ist durch 3 teilbar}\}$ diejenige Teilmenge der ganzen Zahlen, deren Elemente ohne Rest durch 3 teilbar sind. eine Relation, aber keine Äquivalenzrelation eine Äquivalenzrelation ▶ Aufgabe 3 (5 Punkte) Das Produkt der natürlichen Zahlen von 1 bis zu einer gegebenen Zahl n kürzt man in der

Notation ab,

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \tag{1}$$

genannt "n-Fakultät", und vereinbart 0! := 1. Die Fakultät spielt eine große Rolle in der Kombinatorik.

Beweisen Sie: "Die Anzahl aller möglichen Anordnungen n verschiedener Elemente ist n!."

Neben der Fakultät stößt man in der Kombinatorik auch häufig auf

$$\binom{n}{k} := \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} \equiv \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
 (2)

genannt Binomialkoeffizient.

- (a) Zeigen Sie: die Anzahl der k-elementigen Teilmengen einer nicht leeren Menge mit n Elementen ist im Falle $0 < k \le n$ gegeben $\binom{n}{k}$.
- (b) Seinen Namen verdankt der Binomialkoeffizient dem Binomischen Satz

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}a^1b^{n-1} + b^n \equiv \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}a^kb^{n-k}$$
(3)

den wir Sie bitten zu beweisen.

 $^{^1}$ Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft \dots

Binomialkoeffizienten notiert man zuweilen in einem sog. *Pascal'schen Dreieck*. Schauen Sie mal irgendwo nach . . .

▷ Aufgabe 5 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Eine Menge mit n Elementen besitzt genau 2^n verschiedene Teilmengen.

 \triangleright Aufgabe 6 $(\pi \text{ Punkte})$

Gehen Sie an eine Kreidetafel. Skizzieren Sie freihändig einen Kreis (Durchmesser ca 50 cm) und tragen seinen Mittelpunkt ein. Wenn es "ei-ig" aussieht, wiederholen Sie die Übung bis sie einigermaßen zufrieden sind.