

Mathematische Methoden LA

- WS 2019/2020 -

Übungsblatt 11 (20 Punkte)

Ausgabe 16.01.2020 – Abgabe 23.01.2020 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1*** (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \frac{1}{1-x}$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Konvergenzradius? Vergleich mit der geometrischen Reihe?

▷ **Aufgabe 2*** (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{1+x}$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Was ist der Konvergenzradius der Reihe? Skizzieren sie die Graphen der Funktion und ihrer ersten 3 Taylorpolynome.

▷ **Aufgabe 3*** (6 Punkte)

Zeigen Sie: Die Taylorreihe des natürlichen Logarithmus mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ hat Konvergenzradius 1 und ist gegeben

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}, \quad -1 < x < 1. \quad (1)$$

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen des natürlichen Logarithmus, die ersten 3 Taylorpolynome, und das Taylorpolynom 10-ter Ordnung (Wenn's gar nicht anders geht – Computerunterstützt). Wird der Konvergenzradius in ihrer Skizze sinnfällig?

▷ **Aufgabe 4** (8 Punkte)

Für die Schwingungsperiode eines physikalischen Pendels der Länge l im homogenen Schwerkfeld der Erde (Erdbeschleunigung g) als Funktion der Amplitude A gilt

$$T(A) = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2 x}} \quad (2)$$

wobei $\alpha = \sin(A/2)$. Man berechne das Integral näherungsweise für kleine A bis zur vierten Ordnung in A und skizziere in dieser Näherung $T(A)$.